La densite de Z à trouver est notee $f_Z(z)$ alors que celle de X est $f_X(x)$. Les fonctions de répartition respectives sont $F_Z(z)$ et $F_X(x)$. La VA Z est à valeur dans $[0, 1]$, et la "quantité" de probabilité de Z contenue entre z et $z + dz$ est la somme des probabilites de X de tous les intervalles du type $[k + z, k + z + dz]$ quand k parcours tous les entiers (je suppose que X est a valeur dans R).

En passant par les fonction de répartition ca donne :

$$
\begin{aligned}
f_Z(z) &= \tfrac{dF_Z(z)}{dz} && (1)\\
&= \tfrac{d(Proba(Z<z))}{dz} && (2)\\
&= \tfrac{d(\sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} \int_{x=k}^{x=k+z} f_X(x)dx)}{dz} && (3)\\
&= \tfrac{d(\sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} F_X(k+z)-F_X(k))}{dz} && (4)\\
&= \sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} \tfrac{d(F_X(k+z)-F_X(k))}{dz} && (5)\\
&= \sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} \tfrac{d(F_X(k+z))}{dz} && (6)\\
&= \sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} f_X(k+z) && (7)
\end{aligned}
$$